

TECLA

ESISTE UN CICLO DISPARI DA 0 A 0
NEL GRAFO DATO?

$$v \rightarrow \{(v, 0), (v, 1)\}$$
$$(a, b) \rightarrow \begin{matrix} (a, 0) \rightarrow (b, 1) \\ (a, 1) \rightarrow (b, 0) \end{matrix}$$

ESISTE UN PERCORSO DA
 $(0, 0)$ A $(0, 1)$

OII - MAREE

OII - BOTTLENECK

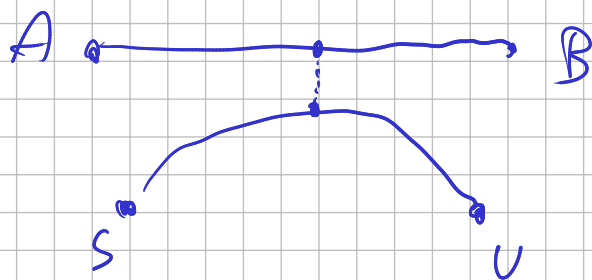
DIAMETRO DI UN ALBERO

(UNA) COPPIA DI NODI PIÙ LONTANA

ALGORITMO:

- DFS DA UN NODO A CASO, U NODO PIÙ LONTANO
- DFS DA U. V NODO PIÙ LONTANO.

U - V DIAMETRO



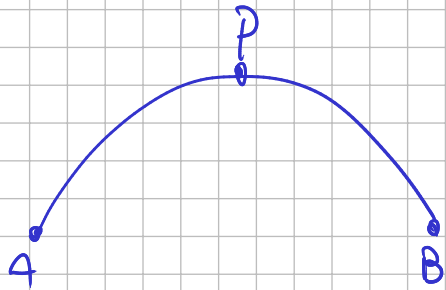
$$\begin{matrix} SA & \leq & SU \\ SB & \leq & SU \\ AB & \geq & SU \end{matrix}$$

ECCENTRICITÀ

$$ECC(v) = \max_{u \in T} d(v, u)$$

IL PUNTO MEDIO DEL DIAMETRO P HA

$ECC(P)$ MINIMA



$$ECC(P) = \frac{DIAM}{2}$$

$$SE \nexists Q: ECC(Q) < ECC(P)$$

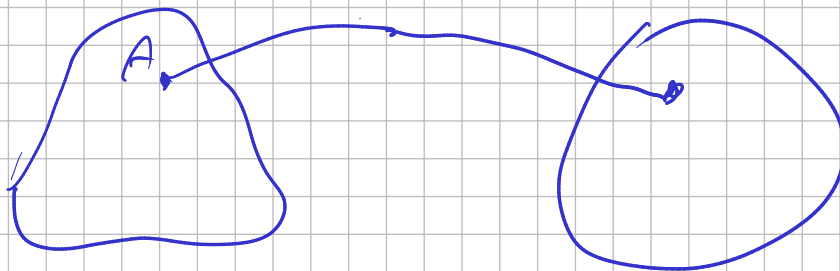
ALLORA $A-Q-B$ È LUNGO
 $\leq 2 \cdot ECC(Q) \Rightarrow$ DIAM È PIÙ BASSO

101 2013

DREAMING

AVETE UNA FORESTA, VOLETE RENDERLA UN
ALBERO AGGIUNGENDO ARCHI DI PESO 2
MINIMO DIAMETRO?

$$2 + ECC(A) + ECC(B)$$

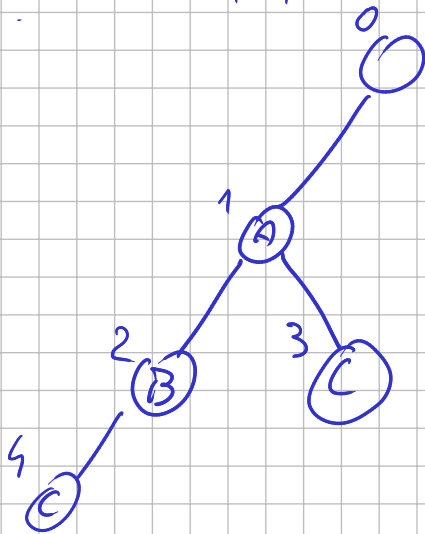


STAR TREK (CEO 2020)

- 1) AGGIUNGI UNA LETTERA IN FONDO A S
- 2) DIMMI $S[k]$
- 3) UNDO DELLE ULTIME K OPERAZIONI 1,3

ALBERO DI CARATTERI

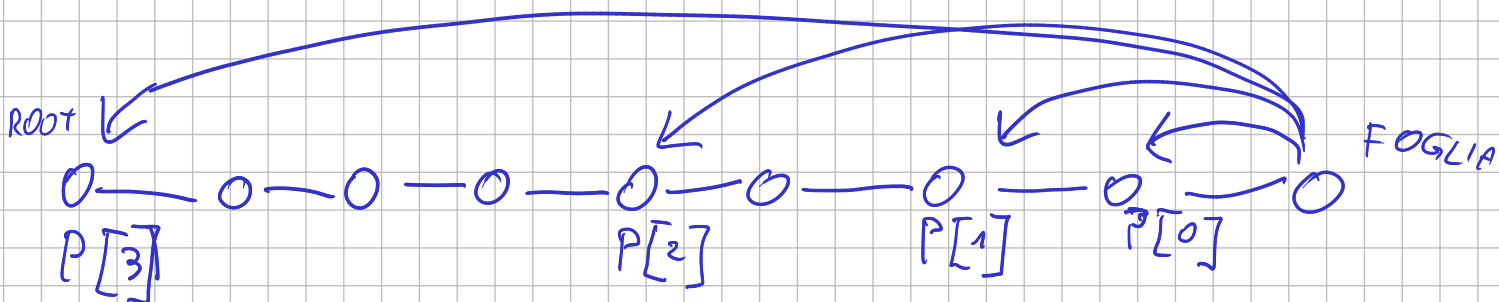
1/2/1/3/2/4



① ③ $O(1)$
② $O(n-k)$

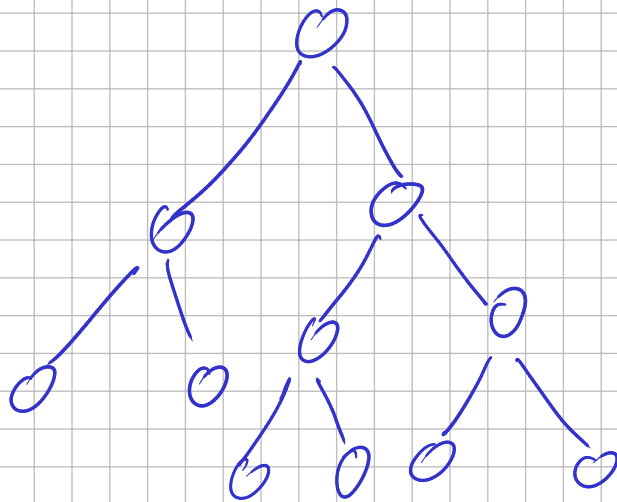
BINARY LIFTING

PER OGNI NODO, TENGO

 $P[i]$ ANTEENATO 2^i -ESIMO $P[0]$ è il parent

$$P[i+1] = P_{P[i]}[i]$$

LCA (LOWEST COMMON ANCESTOR)



DATI A, B, TROVARE
IL NODO PIÙ BASSO
ANTENATO DI ENTRAMBI

- (1) DAL NODO PIÙ BASSO SI RISALE ALL'ALTEZZA DELL'ALTRO
- (2) BINARY SEARCH PER IL PRIMO NODO CHE COINCIDE

CMS - TRASPORTI PRE-011 2014

SWEEP LINE FESTA ESTIVA

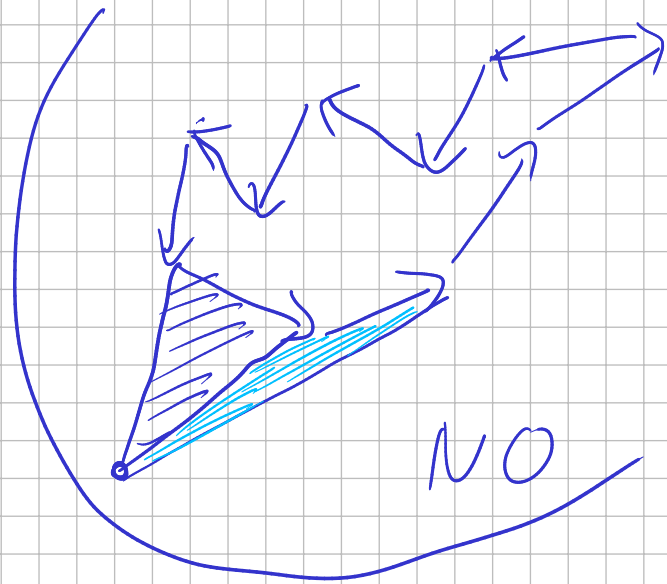
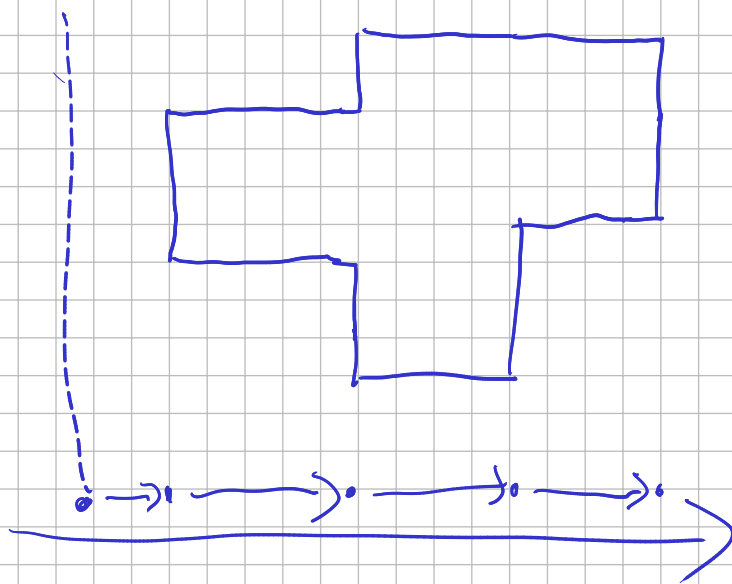
0	1	3	1	3	2	4	0	7	2	6
1	2	4	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1
2	0	7	0	1	2	2	3	4	6	7
3	2	6	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1

cont	0	max	1
	1		2
	2		3
	3		4
	4		

3	2	10	0	3	4	5	8	9
0	8		+1	+1	-1	+1	-1	-1
5	9							
3	4							

cont	0	1
	1	2
	2	
	1	
	2	
	1	
	0	

BANKRUPT



MATEMATICA

PERMUTAZIONI DI N ELEMENTI DISTINTI $\rightarrow N!$

SOTTOINSIEMI NON ORDINATI GROSSI $K \rightarrow \binom{N}{K} = \frac{n!}{K!(n-K)!}$

(a) CONTARE IL COMPLEMENTARE

ES. $(a, b) \quad a, b \in \{1, \dots, n\}$
 tali che $a \nmid b$
 $\nwarrow$ "non divide"

(a.1) (a, b) t.c. $a \mid b$?

itero su a . $\left\lfloor \frac{n}{a} \right\rfloor \rightarrow \sum_{i=1}^n \left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor$

(b) "DOUBLE COUNTING"

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$\sum_{i=1}^n \binom{n}{i} = 2^n$$

(c) PRINCIPIO DI INCLUSIONE - ESCLUSIONE

PER MUTAZIONI SENZA PUNTI FISSI

$$p[i] \neq i$$

$$n! \sum_{i=0}^n \frac{(-1)^i}{i!}$$

$S_k = \# \text{ PERM. CHE FISSANO } k$

$$\begin{aligned} |S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_n| &= \sum_{i=1}^n |S_i| - \sum_{j < i < n} |S_j \cap S_i| \\ &\quad + \sum |S_i \cap S_j \cap S_k| - \dots \\ &= \underbrace{\binom{n}{1} (n-1)!} - \binom{n}{2} (n-2)! - \dots \end{aligned}$$

ARITMETICA MODULARE

$+$ $\cdot$ $-$ no problem

$/$... inversi

$$ax = 1 \pmod{m} \quad \exists x?$$

SE E SOLO SE a e m sono Coprimi

SE m è primo

$$\underbrace{a^{p-1}} = 1 \pmod{p} \quad \text{SE } a \not\equiv 0 \pmod{p} \quad (\text{FERMAT})$$

$$\rightarrow a \cdot a^{p-2} = 1 \pmod{p} \quad \rightarrow x = a^{p-2} \pmod{p}$$

FAST EXP

EXPONENTIATION 2: CALCOLA $a^{b^c} \bmod p = a^{(b^c \bmod p-1)} \bmod p$
 $\Rightarrow b^c \bmod p-1 \Rightarrow \text{FASTEXP}$

$\binom{n}{k} \bmod p$ con $p > n, k$

$$\frac{n!}{k! (n-k)!} \bmod p$$

$O(n)$

$$k < n \quad \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k} \bmod p \quad O(k)$$

LEGO WALL

EGOI 2022



$$n \cdot m \leq 500'000$$



NO!

DATI n E m , Quanti modi?

ROBA CON PRIORITY QUEUE

$a_i j + b_i$ $n (a_i, b_i)$, K $a_i \leq 0$

K -esimo numero più piccolo di forma $a_i j + b_i$ $j = 0, 1, \dots$

$$(n+K) \log n$$

RIPETO K VOLTE "ESTRAGGO IL MINIMO CHE NON HO"

TENGO UNA PQ DI SEQUENZE, ORDINATA PER MINIMO

NON PRESO

EGOI 2022 ADJACENT PAIR