

Ad Hoc - Soluzioni

Multiplication Table

$$n \times n \quad A_{i,j} = i \cdot j$$

Riga i : $i, 2i, \dots, ni$

K/i sono \leq di K

Bonus: Risolvere per $n \leq 10^9$ o arbitrariamente grande

DIVISOR CHAIN

Idea: Proviamo a risolverlo per le potenze di 2

$$2^n \xrightarrow{2^{n-1}} 2^{n-1} \xrightarrow{2^{n-2}} 2^{n-2} \xrightarrow{\dots} \dots \rightarrow 1$$

Come possiamo ricondurci a una potenza di 2?

1001010

2 ↓ 2 ↑

1001000

↓^{2³}

1000000

più grande potenza di 2 che divide n

ICE AND FIRE

0110 n giocatori $1, 2, \dots, n$
 $n-1$

* S lungo n

$\forall i$ da 1 a n , quanti sono i possibili vincitori se giochiamo con $i+1$ giocatori e i primi i caratteri della stringa?

← giocatori vivi, vince il più piccolo

..... 1000
prendiamo $i \leq N-K$

→ faccio giocare tutti tranne i e gli ultimi K
vincerò un certo j

rimangono $i, j, N, N-1, \dots, N-K+1$

$K+1$ scontri $10\dots 0$

$j \leq N$, faccio giocare j e N , vince N .

Rimangono $i, N-K+1, \dots, N-1, N \Rightarrow$ vince i

Passano vincete $N - K + 1$ suff. uguale giocatori

00 0..11 +1
0 0

MEX Repetition

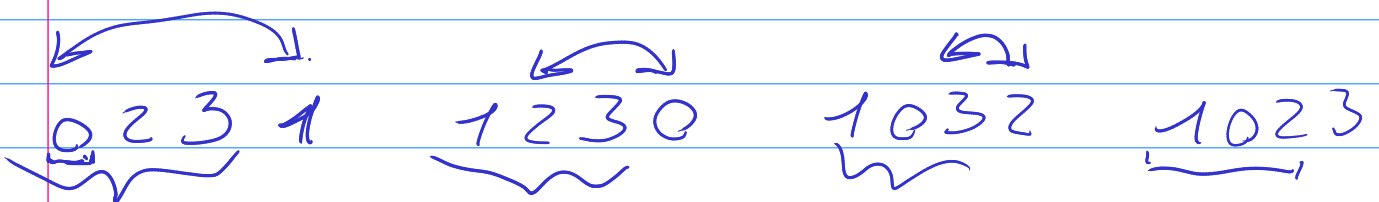
Array di n numeri distinti $\in [0, m]$

Operazione:

per i da 0 a n , sostituiamo a_i con $\text{MEX}(a_0, \dots, a_n)$

$023 \rightarrow 123 \rightarrow 103 \rightarrow 102$

Applicando K volte l'operazione, che array otterremo?



Tutto l'array è stato spostato di 1 verso destra

Fare $N+1$ operazioni ma fa niente

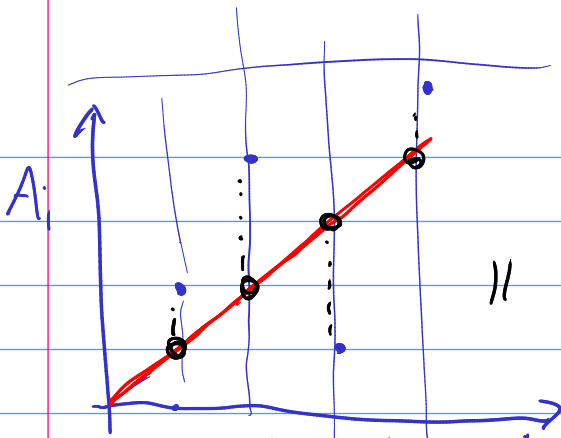
consideriamo $K \bmod (N+1)$

TERRAZZAMENTI

Abbiamo N terrazzamenti ad altezze A_i

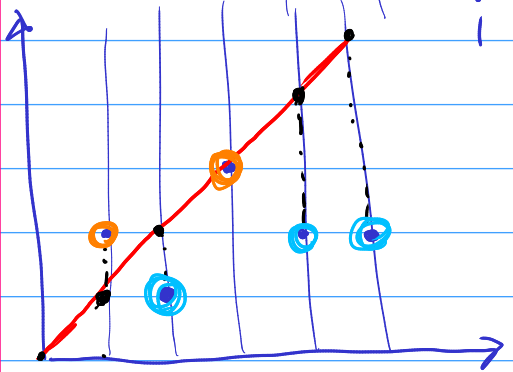
Vogliamo fare in modo che $A_i - A_{i-1} = 1 \quad \forall i \in [1, n]$

Possiamo cambiare A_i , ci costa $|A_i - A_i|$



$$[2, 4, 1, 5]$$

Il costo sarà $1 + 2 + 2 + 1 = 6$



Retta di eq. $y = x + h$

alla coordinata i , la retta passa per $(i, i+h)$.

Abbassando h di 1 , aumentiamo di 1 il costo per i punti che stanno sopra o sulla retta e diminuiamo di 1 il costo per i punti che stanno sotto.

Un punto sta sotto la retta se $A_i < i+h$ ovvero $A_i - i < h$.

Vogliamo scegliere h tale che

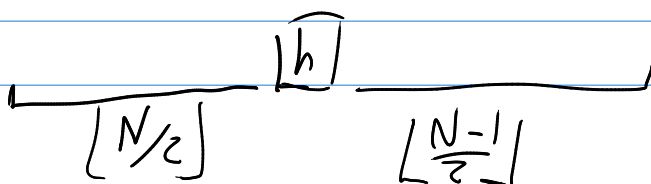
$$\#\{i \mid A_i - i \leq h\} \geq \#\{i \mid A_i - i > h\}$$

$$\#\{i \mid A_i - i \geq h\} \geq \#\{i \mid A_i - i < h\}$$

$$\lfloor \frac{N}{2} \rfloor$$

$$\lfloor \frac{N}{2} \rfloor$$

Consideriamo l'array $[A_i - i]$, prendiamo la mediana.



≈ FAIR GAME

Array A , \leftarrow ^{lungo N} vogliamo sapere il minimo per ogni subarray
lungo K .

Iteriamo su i da 0 a $N-1$, teniamo una
"SCATOLA", ci permette di sapere qual è il minimo
elemento nella scatola, sapere il suo indice e toglierlo.

Se inseriamo nella scatola A_i e
dentro c'è A_j con $A_j > A_i$ e $j < i$

Array ordinato Q tale che

$$Q_i < Q_{i+1}$$

$$A_{Q_i} < A_{Q_{i+1}}$$

andiamo a inserire i

finché l'ultimo elemento di Q è $> A_i$, lo
rimoviamo. Poi inseriamo i .

Questo caso si chiama MINQUEUE.